

Variable Compleja - Tarea #3

Ejercicio 1 Para $A > B > 0$ calcule $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + A^2)(x^2 + B^2)} dx$.

Ejercicio 2 Denotemos por $\mathcal{C}_M \subset \mathbb{C}$, con $M \in \mathbb{N}$, a la frontera del cuadrado cuyos vértices son $(M + 1/2)(1 + i)$, $(M + 1/2)(-1 + i)$, $(M + 1/2)(-1 - i)$ y $(M + 1/2)(1 - i)$.

(i) Determine $I_M = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}_M} \frac{\pi \cot(\pi z)}{z^2} dz$.

(ii) Utilizando I_M deduzca un valor para $\sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{1}{k^2}$.

Ejercicio 3 Encuentre una transformación bilineal que envíe $1, i$ y -1 en $0, 1$ e ∞ , respectivamente. ¿Cuál es la imagen, a través de esta transformación, del disco unidad $D(0, 1)$?

Ejercicio 4 Considere el semiplano ($y \geq 0$) como una placa cuya temperatura $T(x, y)$ satisface las condiciones:

- $T(x, 0) = 0$ si $x < -1$,
- $T(x, 0) = 1$ si $x > 1$,
- $T_y(x, 0) = 0$ si $-1 < x < 1$.

Encuentre una expresión para la distribución estacionaria de temperatura que alcanzará eventualmente la placa.