



Certamen 2 - Introducción a la Ingeniería (IWG 101)

Profesores: Eduardo Cerpa y Pedro Gajardo

Ayudante: Sebastián Torres

Fecha: 12 de julio 2014

Pregunta 1

Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, considere el siguiente modelo a tiempo discreto en dos variables:

$$x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \alpha y_k \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$y_{k+1} = 6\alpha x_k + \frac{3}{4}y_k \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Determine para qué valores de α se tiene que x_k e y_k tienden a cero cuando $k \rightarrow \infty$.

Pregunta 2

En un proceso industrial hay que elegir dos variables de producción denotadas por $x \geq 0$ e $y \geq 0$. Sabemos que “ y no puede ser mayor que 100 más el doble de x ” y que “ x no puede ser mayor que 100 más el doble de y ”. El costo de producción viene dado por una función $f(x, y) = ax + by$, en donde a y b son constantes.

- Plantee el problema de Programación Lineal correspondiente al de producir buscando el mínimo costo posible. Dibuje la región factible R de puntos que satisfacen las restricciones.
- Encuentre valores para a y b tales que el problema tenga una única solución dada por $(x = 100, y = 0)$.
- Encuentre valores para a y b tales que el problema tenga infinitas soluciones y una de ellas sea $(x = 0, y = 100)$.
- Encuentre valores para a y b tales que el problema no tenga ninguna solución.

Pregunta 3

Sean A y B dos matrices en $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. Como en el curso, denotaremos A^t la matriz traspuesta de A , y A^{-1} la matriz inversa de A . Demuestre las siguientes propiedades.

- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- A es invertible si y solamente si 0 no es valor propio de A .

Tiempo: 150 minutos.