

# Álgebra Lineal

## Ayudantía 4

### El Espacio Dual

1. Sea la transformación lineal  $T : \mathcal{M}_{2,2}[\mathbb{R}] \rightarrow \mathcal{M}_{2,2}[\mathbb{R}]$  definido por  $T(A) = A^t$ . Encuentre la matriz asociada a la transformación  $T$  en la base canónica.
2. Demuestre que los operadores lineales  $E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definidos como  $E_{11}(x, y) = (x, 0)$ ,  $E_{12}(x, y) = (0, x)$ ,  $E_{21}(x, y) = (y, 0)$ ,  $E_{22}(x, y) = (0, y)$  son una base del espacio  $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$
3. Sean  $T_1, T_2, T_3$  las transformaciones lineales definidas como  $T_1 = \int_0^1 p(x)dx$ ,  $T_2 = p(0)$ ,  $T_3 = p'(1)$  en el espacio  $L = \mathbb{R}_3[x]$ . Demuestre que  $T_1, T_2, T_3$  son una base del espacio  $L^*$
4. Sean  $W, V$  subespacios vectoriales finitos de  $U$  en un cuerpo  $\mathbb{K}$ .
  - (a) Demuestre que  $(W + V)^\circ = W^\circ \cap V^\circ$
  - (b) Demuestre que  $(W \cap V)^\circ = W^\circ + V^\circ$Donde  $V^\circ = \{f(v) \in \mathcal{L}(V, \mathbb{K}) : f(v) = 0, \forall v \in V\}$