Álgebra Lineal
Ayudantía 4

Transfomarciones Lineales

1. Considere el espacio vectorial V y la transformacion lineal T de V en V, demuestre que $im(V) \cap ker(V) = \{0\}$ si y solo si $T(T(v)) = 0 \Rightarrow T(v) = 0, \forall v \in V$

2. Sea la transformacion $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que refleja un vector (x, y, z) respecto al plano $x + y = 0$.

   (a) Caracterice y determine si T es una transformacion lineal

   (b) Encuentre $Ker(T)$ y $Img(T)$

3. Sea A una matiz $n \times n$. Encuentre $Ker(tr(A))$ y $Img(tr(A))$

4. Sea $T : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ una transformacion lineal tal que:
   $L(1) = x^2$, $L(1 + x) = x$, $L(1 + x + x^2) = 1$, $L(1 + x + x^2 + x^3) = 0$

   (a) Determine $L(p)$ $\forall p \in \mathbb{R}_3[x]$

   (b) Encuentre el $Ker(T)$ y $Img(T)$

5. Sean A y B matrices de $n \times n$ demuestre que

   (a) $Dim(Img(AB)) \leq Dim(Img(A))$

   (b) $Dim(Ker(AB)) \geq Dim(Ker(A))$

   ¿En que casos las desigualdades son estrictas?