

## Álgebra Lineal

### Ayudantía 3

### Bases y Coordenadas

1. Considere el conjunto  $V = \langle a_1, a_2 \rangle \subseteq \mathbb{C}^3$ , donde

$$a_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2i \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ i \\ -2i \end{pmatrix}$$

Determine si pertenecen a  $V$  los vectores

$$b_1 = \begin{pmatrix} 5i \\ 3 \\ 2i + 2 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} -4i + 3 \\ -2 - i \\ i \end{pmatrix}$$

¿Cuales son las coordenadas de  $b_1$  y  $b_2$  respecto a  $a_1$  y  $a_2$ ? ¿Son estos una base de  $W$ ? Determine la matriz de cambio de base entre  $\{a_1, a_2\}$  y  $\{b_1, b_2\}$ .

2. Encuentre la matriz de cambio de base entre la base canonica de  $\mathbb{R}^2$  y los vectores formados por una rotacion de  $\theta$  radianes.
3. Sea  $B$  una base de  $\mathbb{R}^n$ . Pruebe que los vectores  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  generan  $\mathbb{R}^n$  si y solo si  $\{[v_1]_B, [v_2]_B, \dots, [v_n]_B\}$  generan a  $\mathbb{R}^n$ .
4. Sea  $V = \{A \in \mathcal{M}_{n,n}[\mathbb{C}] : A = A^2 \text{ y } a_11 + a_22 = 0\}$   
Determine si es un espacio vectorial en el cuerpo  $\mathbb{C}$ . Si lo es, encuentre una base de este.