Álgebra Lineal
Ayudantía 2

Espacios Vectoriales

1. Para los siguientes casos determine si S es un espacio vectorial sobre el cuerpo $\mathbb{K}$, si lo es, encuentre una base:

   (a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{C}$

   (b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0 \vee y = 0\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

   (c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y + 3z = 0\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

   (d) $S = \{A \in \mathcal{M}_{n,n}[\mathbb{R}] : A \text{ es simétrica}\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

   (e) $S = \{A \in \mathcal{M}_{n,n}[\mathbb{C}] : A \text{ es autoadjunta}\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ verifique para el caso $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

   (f) $S = \{A \in \mathcal{M}_{n,n}[\mathbb{R}] : A \text{ es antisimetrica}\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

   (g) $S = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] : p(0) = 0 \wedge p'(1) = 1\}$ $\mathbb{K} = \mathbb{C}$

2. Considere en el espacio vectorial $\mathbb{C}^4$ bajo el cuerpo $\mathbb{C}$ los siguientes vectores:

$$u_1 = \begin{pmatrix} a \\ -i \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ i \\ -i \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$$

   Encuentre un conjunto de vectores V tales que $\langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus V = \mathbb{C}^4$ dependiendo del valor de a.

3. Sea $w \in \mathbb{R}^n$ fijo, se definen las siguientes operaciones:

   (a) $a \otimes u = a(v - w) + w \qquad a \in \mathbb{R}, u \in \mathbb{R}^n$

   (b) $u \oplus v = u + v - w \qquad u, v \in \mathbb{R}^n$

   Demuestre que $\mathbb{R}^n$ dotado de estas operaciones es un espacio vectorial en el cuerpo $\mathbb{R}$.
   ¿Que relación tiene este espacio vectorial respecto a $\mathbb{R}^n$ con las operaciones tradicionales?

4. Sea $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ un conjunto l.i. demuestre que el conjunto $\{v_1, v_1 + v_2, v_1 + v_2 + v_3, ..., \sum_{i=1}^{n} v_i\}$ es también l.i.

Ignacio Pinedo