

Álgebra Lineal

Ayudantía 1

Sistemas Lineales

1. Sean $x, y \in \mathbb{R}$, considere el sistema lineal:

$$ax + bz = 2$$

$$ax + ay + 4z = 4$$

$$ay + 2z = b$$

Determine los valores de a y b para los cuales

- (a) el sistema no tenga solución.
 - (b) el sistema tenga solución única.
 - (c) el sistema tenga infinitas soluciones, para este caso caracterice el conjunto solución.
2. Encuentre la solución a la ecuación $Ax = b$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 & i & -1 \\ -i & i & 2i & 1 \\ 1 & -1 - i & 2 - 2i & 2i \\ 1 & -1 & 1 + i & 2i \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2i - 1 \\ 1 - 2i \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Sea $A = A_1 \dots A_k$, donde $A_1 \dots A_k$ son matrices cuadradas de $n \times n$. Demuestre que A es invertible si y solo si A_i es invertible con $i = 1 \dots k$
4. Una matriz cuadrada A de $n \times n$ se le llama **triangular superior** si $A_{ij} = 0$ para $i > j$. Demuestre que una matriz triangular es invertible si y solo si cada elemento de su diagonal es diferente de 0

Ejercicios Propuestos

1. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Calcule:

a) AB

b) BA

c) $C^t AC$

d) $C^t BC$

2. Sean A, B matrices de $n \times 1$ y $1 \times n$ respectivamente, demuestre que el producto AB no es invertible.