

# Ayudantía N°1

MAT-210  
Álgebra Lineal

Ayudante: Nicolás Varela Campos

## 1. Ayudantía 1

1. Considere  $\mathbb{C}$  con la suma y el producto (respectivamente) definidos por:

$$\oplus : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \text{ tal que } (x, y) \mapsto x \oplus y := \text{Im}(x + y) + i\text{Re}(x + y)$$

$$\odot : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \text{ tal que } (x, y) \mapsto x \odot y := x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y$$

Determine si  $(\mathbb{C}, \oplus, \odot)$  forma o no un cuerpo.

2. Sea  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ . Determinar si son equivalentes los sistemas:

$$(*) \begin{cases} 2x_1 & +(-1+i)x_2 & & +x_4 & = 0 \\ & 3x_2 & -2ix_3 & +5x_4 & = 0 \end{cases}$$

$$(**) \begin{cases} (1 + \frac{i}{2})x_1 & +8x_2 & -ix_3 & -x_4 & = 0 \\ \frac{2}{3}x_1 & -\frac{1}{2}x_2 & +x_3 & +7x_4 & = 0 \end{cases}$$

3. Probar que todo subcuerpo de  $\mathbb{C}$  contiene a  $\mathbb{Q}$ .
4. Encontrar la matriz reducida escalonada equivalente por operaciones fila a la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -i \\ 2 & 2 \\ i & (1+i) \end{bmatrix}$$

¿Cuáles son las soluciones del sistema  $AX = 0$ ?

## 2. Ejercicios propuestos 1

1. Probar que las matrices  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & -1 & 0 \\ b & c & 3 \end{bmatrix}$  y  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  son equivalentes por operaciones fila.

2. Probar que las *matrices de Hilbert*

$$H_n := \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{bmatrix}$$

son invertibles y que además  $H_n^{-1} \in M_{n \times n}(\mathbb{Z})$

3. Encontrar un ejemplo de dos matrices  $A, B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  tales que  $B$  sea inversa por la izquierda de  $A$ , pero no por la derecha.