Universidad Técnica Federico Santa María — Semestre II, 2010
Departamento de Matemática — E. Cerpa

Aplicaciones de la Matemática en Ingeniería
Guía de ejercicios

Ejercicio 1 : Aplique el método de *Backstepping* para estabilizar al origen los siguientes sistemas de control

1. $\dot{x}_1 = x_2^3\,, \quad \dot{x}_2 = u\,.$
2. $\dot{x}_1 = -x_1 + x_1^2(x_2+1)\,, \quad \dot{x}_2 = u\,.$
3. $\dot{x}_1 = x_1 x_2\,, \quad \dot{x}_2 = x_1 + u\,.$

Ejercicio 2 : Estabilice al origen con el método de amortiguamiento el sistema de control

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3 : Encuentre una función de Lyapunov para demostrar que el origen es globalmente estable para el sistema

$$\dot{x}_1 = x_2\,, \quad \dot{x}_2 = \frac{-x_1}{1+x_2^2}$$

Ejercicio 4 : Considere el sistema $\dot{y} = ay + u$, donde el estado es y, el control es u y a es una constante desconocida tal que $|a| < 2$. El propósito de este ejercicio es encontrar un control u tal que $y \to 0$ cuando $t \to \infty$. Buscaremos u de la forma $u = -ky$ donde k depende del tiempo y satisface $\dot{k} = y^2$. Escriba el sistema que satisfacen las variables $x_1 = y$, y $x_2 = k$. Use la función $V = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 2)^2$ para obtener lo buscado.

Ejercicio 5 : Pruebe que el origen es asintóticamente estable para el sistema

$$\dot{x}_1 = -x_2 - x_1(1 - x_1^2 - x_2^2)\,, \quad \dot{x}_2 = x_1 - x_2(1 - x_1^2 - x_2^2)\,,$$

si la condición inicial (x_1^0, x_2^0) satisface $|x_1^0|^2 + |x_2^0|^2 < 1/2$.